2025年度

A　数　学　問　題

注　意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべて**黒鉛筆または黒のシャープペンシル**で記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。）
3．この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお，出席票は切り離さないでください。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ．下記の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

（i） $x+y=\sqrt{5}$，$xy=1$ のとき，$x^4+y^4=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

（ii） $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，$\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+2\cos x$ の最大値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

（iii） 等式 $\log_2 x = 2\log_x 4$ を満たす実数 x をすべて求めると $x=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。

（iv） 三角形ABCにおいて，$\mathrm{AB}=1$，$\mathrm{AC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\dfrac{1}{2}$ とする。辺ABを $1:3$ に内分する点をDとし，辺ACを $p:1-p$ に内分する点をEとする。ただし，実数 p は $0<p<1$ を満たすとする。直線BEと直線CDが直交するとき，$p=$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

（v） 実数 a は定数とし，$f(x)=x^2-4x+9$，$g(x)=ax$ とする。すべての実数 x に対して $f(x) \geqq g(x)$ が成り立つような a の値の範囲は $\boxed{\text{オ}}$ である。

（vi） 実数 a，b は定数とする。3次関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+2$ が $x=-1$ と $x=\dfrac{1}{3}$ のそれぞれで極値をとるとき，$a=$ $\boxed{\text{カ}}$，$b=$ $\boxed{\text{キ}}$ である。このとき，$f(x)$ の極大値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅱ． n を１以上の整数とする。箱の中に１から７までの数字が１つずつ書かれた７枚のカードがある。ただし，異なるカードには異なる数字が書かれているものとする。

1	2	3	4	5	6	7

「この箱から１枚のカードを無作為に取り出し，そのカードに書かれた数字を記録してからカードを箱の中に戻す」という操作を n 回繰り返す。記録された n 個の数字の和が偶数になる確率を p_n とする。このとき，次の問(ｉ)～(ｖ)に答えよ。解答欄には，(ｉ)については答えのみを，(ⅱ)～(ｖ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ｉ)　p_1，p_2 をそれぞれ求めよ。

(ⅱ)　p_3 を求めよ。

(ⅲ)　p_{n+1} を p_n を用いて表せ。

(ⅳ)　p_n を n を用いて表せ。

(ｖ)　$S_n = \sum_{k=1}^{n} p_k$ を n を用いて表せ。

Ⅲ. 実数 a，b は定数とする。2次関数 $f(x)=x^2+ax+b$ に対して，座標平面上の放物線 C を $C: y=f(x)$ とする。C 上の点Pを $\mathrm{P}(2\sqrt{2},\ f(2\sqrt{2}))$ とし，また，C と y 軸の交点をQとする。さらに，円 $D: x^2+y^2=1$ 上の点 $\mathrm{R}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ における D の接線を ℓ とする。このとき，次の問(ⅰ)～(ⅴ)に答えよ。解答欄には，(ⅰ)，(ⅱ)については答えのみを，(ⅲ)～(ⅴ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ⅰ) ℓ の方程式を求めよ。

(ⅱ) ℓ が C と接するとき，b を a を用いて表せ。

(ⅲ) ℓ がPにおいて C と接するとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

(ⅳ) a，b を(ⅲ)で求めた値とする。また，ℓ と y 軸の交点をSとする。このとき，

線分SP，　C の $0 \leqq x \leqq 2\sqrt{2}$ の部分，　線分QS

で囲まれる図形の面積 X を求めよ。

(ⅴ) a，b を(ⅲ)で求めた値とする。また，D 上の点Tを $\mathrm{T}(0,\ 1)$ とする。このとき，

線分RP，　C の $0 \leqq x \leqq 2\sqrt{2}$ の部分，　線分QT，　D の弧TR

で囲まれる図形の面積 Y を求めよ。ただし，弧TRは $x \geqq 0$ にある方とする。

【以下余白】